



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

*Grupo de Ingeniería del Software y Bases de Datos
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos
Universidad de Sevilla
septiembre 2016*

© Profesor de Ingeniería del Software, 2016



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

- **Objetivos de este tema**
 - Conocer los operadores básicos del **álgebra relacional**.
 - Ser capaz de expresar **consultas** sobre un modelo relacional usando álgebra relacional.




septiembre 2016 Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información 1

© Profesor de Ingeniería del Software, 2016



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

- ¿Qué es el álgebra relacional (AR)?
 - Es un conjunto de **operadores** sobre relaciones propuesto por Codd que permiten expresar **consultas** sobre un modelo relacional.
 - Los operadores del AR devuelven como resultado una **relación derivada**, por lo que pueden **anidarse** formando expresiones complejas.

Operadores conjuntistas

- Renombrado*
- Unión
- Intersección
- Diferencia
- Producto cartesiano

Operadores relacionales

- Selección
- Proyección
- Combinación
- División
- Agregación



* No es estrictamente un operador conjuntista, pero es necesario.

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

2



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

- Nombres de atributos
 - Se prefijan con el nombre de la relación a la que pertenecen cuando pueda haber **ambigüedad**.
 - $R.a$ = atributo a de la relación R
- Relaciones compatibles
 - Son relaciones que tienen la **misma intensidad** y sobre las que se pueden aplicar los operadores conjuntistas de **unión**, **diferencia** e **intersección**.
 - Si se quiere aplicar dichos operadores sobre relaciones no compatibles por tener nombres de atributos diferentes, es necesario usar el operador de **renombrado** para hacerlas compatibles.

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

3



Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

- **Operador de renombrado**

Notación
 $\rho_{a/b}(R)$

 - Entradas:
 - Una relación R .
 - Dos nombres de atributos (a, b), siendo b un nombre de atributo de R y a no.
 - Salida:
 - Una relación S en la que el nombre del atributo b se ha sustituido por a tanto en la intensión como en todas las tuplas de la extensión.

$\rho_{a/b} \left(\begin{array}{|c|c|c|} \hline & b & \\ \hline \end{array} \right) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline & a & \\ \hline \end{array}$

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

4



Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

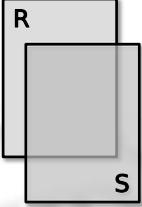
Introducción al Álgebra Relacional

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

- **Operador de unión**

Notación
 $R \cup S$

 - Entradas:
 - Dos relaciones **compatibles** R y S .
 - Salida:
 - Una relación T con la misma intensión que R y S y con la unión de las extensiones de R y S como extensión.
 - $intensión(T) = intensión(R) = intensión(S)$
 - $extensión(T) = \{ t \mid t \in extensión(R) \vee t \in extensión(S) \}$
 - $extensión(T) = extensión(R) \cup extensión(S)$



septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

5



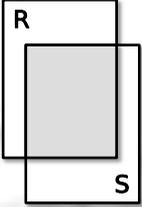
Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

Introducción al Álgebra Relacional

Notación
 $R \cap S$

- **Operador de intersección**
 - Entradas:
 - Dos relaciones **compatibles** R y S .
 - Salida:
 - Una relación T con la misma intención que R y S y con la intersección de las extensiones de R y S como extensión.
 - $intención(T) = intención(R) = intención(S)$
 - $extensión(T) = \{ t \mid t \in extensión(R) \wedge t \in extensión(S) \}$
 - $extensión(T) = extensión(R) \cap extensión(S)$



septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

6



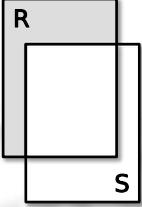
Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

Introducción al Álgebra Relacional

Notación
 $R - S$

- **Operador de diferencia**
 - Entradas:
 - Dos relaciones **compatibles** R y S .
 - Salida:
 - Una relación T con la misma intención que R y S y con la diferencia de las extensiones de R y S como extensión.
 - $intención(T) = intención(R) = intención(S)$
 - $extensión(T) = \{ t \mid t \in extensión(R) \wedge t \notin extensión(S) \}$
 - $extensión(T) = extensión(R) - extensión(S)$



septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

7



Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

Introducción al Álgebra Relacional

- **Operador de producto cartesiano**

Notación
 $R \times S$

 - Entradas:
 - Dos relaciones R y S con **intensiones disjuntas**.
 - Salida:
 - Una relación T con la unión de las intensiones de R y S y con todas las combinaciones posibles de tuplas de R y S como extensión.
 - $intensión(T) = intención(R) \cup intención(S)$
 - $extensión(T) = \{ r \cup s \mid r \in extensión(R) \wedge s \in extensión(S) \}$

a
b
c

×

x
y

=

a	x
a	y
b	x
b	y
c	x
c	y

septiembre 2016
Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información
8



Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

Introducción al Álgebra Relacional

- **Operador de selección**

Notación
 $\sigma_f(R)$

 - Entradas:
 - Una relación R .
 - Una **fórmula bien formada** f definida sobre atributos de R .
 - Salida:
 - Una relación S con la misma intensión que R y con las tuplas de R que satisfacen f como extensión.
 - $intensión(S) = intención(R)$
 - $extensión(S) = \{ r \in extensión(R) \mid f(r) \}$

septiembre 2016
Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información
9



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

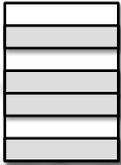
1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

- **Operador de selección**
 - Fórmulas bien formadas (FBFs)
 - Son **predicados*** sobre los atributos de una relación.
 - Si f es una FBF, (f) y $\neg f$ son FBFs.
 - Si f_1 y f_2 son FBFs, $f_1 \wedge f_2$ y $f_1 \vee f_2$ son FBFs.
 - Toda comparación ($=, \neq, \geq, \leq, >, <$) entre dos atributos o valores definidos sobre el mismo dominio es una FBF.
 - La precedencia es $()$, \neg , \wedge , \vee

Notación

$\sigma_f(R)$

* Expresiones que se evalúan como ciertas o falsas.



septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

10



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

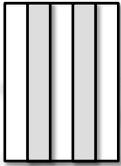
Introducción al Álgebra Relacional

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

- **Operador de proyección**
 - Entradas:
 - Una relación R .
 - Un subconjunto B de los atributos de R .
 - Salida:
 - Una relación S con los atributos en B como intensión y con la extensión formada por las tuplas de R al eliminar los atributos que **no** están en B .
 - $intensión(S) = \{ (B_i; D_i) \in intensión(R) \mid B_i \in B \}$
 - $extensión(S) = \{ s \mid \forall B_i \in B \cdot \exists r \in extensión(R) \cdot s.B_i = r.B_i \}$

Notación

$\Pi_B(R)$



septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

11



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

- **Operador de combinación natural**

Notación
 $R \bowtie S$

 - Entradas:
 - Dos relaciones R y S con un conjunto de atributos comunes C definidos sobre los mismos dominios.
 - Salida:
 - Una relación T con la intensión formada por la unión de las intensiones de R y S y la extensión formada por la unión de las tuplas de R y S que coinciden en los valores de los atributos comunes.
 - $intensión(T) = intensión(R) \cup intensión(S)$
 - $extensión(T) = \{ r \cup s \mid r \in extensión(R) \wedge s \in extensión(S) \wedge \forall C_i \in C \cdot r.C_i = s.C_i \}$

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

12



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

- **Operador de combinación natural**

Notación
 $R \bowtie S$

 - Permite combinar los datos de relaciones enlazadas mediante **claves ajenas**.
 - Es un operador **costoso** en tiempo de ejecución.
 - Es un operador derivado:
 - $\{C_i; D_i\} = intensión(R) \cap intensión(S)$ (atributos comunes)
 - $\{U_j; D_j\} = intensión(R) \cup intensión(S)$ (atributos sin repetidos)

$$R \bowtie S = \Pi_{U_j}(\sigma_{R.C_i=S.C_i}(R \times S))$$

a ₁	b ₁	⊗	b ₁	c ₁	=	a ₁	b ₁	c ₁
a ₂	b ₁		b ₂	c ₂		a ₂	b ₁	c ₁
a ₃	b ₂		b ₃	c ₃		a ₃	b ₂	c ₂

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

13

IISSI

7



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

Introducción al Álgebra Relacional

Notación
 $R \div S$

- **Operador de división**
 - Entradas:
 - Dos relaciones R y S , siendo la intensión de S un subconjunto de la intensión de R .
 - Salida:
 - Una relación T con la diferencia de las intensiones de R y S como intensión y con la extensión formada por tuplas con aquellos valores para los que existen tuplas en R con todas las combinaciones posibles con los valores de los atributos de S .
 - $intensión(T) = intensión(R) - intensión(S)$
 - $extensión(T) = \{ t \mid \forall s \in extensión(S) \cdot t \cup s \in extensión(R) \}$

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

14



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

Introducción al Álgebra Relacional

Notación
 $R \div S$

- **Operador de división**
 - Es un operador derivado:
 - $\{R_i; D_i\} = intensión(R) - intensión(S)$ (atributos sólo de R)
 - $onlyR = \prod_{R_i}(R)$
 - Todos los valores exclusivos de R .
 - $allComb = onlyR \times S$
 - Todas las combinaciones de los valores exclusivos de R con los de S .
 - $combNotInR = allComb - R$
 - Todas las combinaciones de valores que no están en R .
 - $notAllCombR = \prod_{R_i}(combNotInR)$
 - Valores de R que no tienen todas las combinaciones.
 - $R \div S = onlyR - notAllCombR$
 - Valores de R que sí tienen todas las combinaciones.

a	x
a	y
a	z
b	x
c	y

÷

x
y

=

a

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

15



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

Notación $\gamma_G^F(R)$

- Operador de agregación
 - Entradas:
 - Una relación R .
 - Un subconjunto $G = \{ G_i \}$ de los atributos de R por los que se agrupará el resultado.
 - G puede ser vacío.
 - Un conjunto $F = \{ F_j(A_j) \}$ de funciones de agregación definidas sobre atributos de R .
 - F no puede ser vacío.
 - Las funciones de agregación (*count*, *sum*, *min*, *max*, *avg*, ...) tienen un solo parámetro.
 - F puede contener también atributos que estén en G .*

* En esos casos, la función de agregación aplicada sería la función identidad.

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
 2. Conceptos previos
 3. Operadores conjuntistas
 4. Operadores relacionales

septiembre 2016 Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información 16



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

Notación $\gamma_G^F(R)$

- Operador de agregación
 - Salidas:
 - Una relación S con F como intensión y con una extensión calculada de la siguiente forma:
 - R es particionada en tantos grupos como valores distintos tengan los atributos en G .
 - Para cada grupo, se genera una única tupla en S aplicando las funciones de agregación de F .
 - Si G está vacío, sólo habrá un grupo con todas las tuplas en R y una sola tupla en S .

ID	A	X
1	A	10
2	b	5
3	a	8
4	b	9
5	c	15

A	X
a	10
a	8
b	5
b	9
c	15

A	sum(X)
a	18
b	14
c	15

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
 2. Conceptos previos
 3. Operadores conjuntistas
 4. Operadores relacionales

septiembre 2016 Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información 17



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

Notación $\gamma_G^F(R)$

- Operador de agregación
 - Ejemplos:
 - ¿Número de registros de ventas?
 $Q_0: \gamma^{count(OID)}(Ventas) = \{ (count(OID) : 5) \}$
 - ¿Ventas totales?
 $Q_1: \gamma^{sum(importe)}(Ventas) = \{ (sum(importe) : 5) \}$

Ventas

OID	vendedor	fecha	importe
1	Juan	Ene	4.000
2	María	Ene	4.500
3	Juan	Feb	5.000
4	María	Feb	3.500
5	María	Mar	6.000

septiembre 2016
Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información
18



Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

Notación $\gamma_G^F(R)$

- Operador de agregación
 - Ejemplos:
 - ¿Ventas acumuladas por vendedor?
 $Q_2: \gamma_{vendedor}^{vendedor, sum(importe)}(Ventas) = \{ (Juan, 9.000); (María, 14.000) \}$
 - ¿Número de vendedores?
 $Q_3: \gamma^{count(vendedor)} \left(\prod_{vendedor} Ventas \right) = \{ (2) \}$

Ventas

OID	vendedor	fecha	importe
1	Juan	Ene	4.000
2	María	Ene	4.500
3	Juan	Feb	5.000
4	María	Feb	3.500
5	María	Mar	6.000

septiembre 2016
Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información
19



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

- Operador de agregación
 - Ejemplos:
 - ¿Número de períodos con registro de ventas?

Notación $\gamma_G^F(R)$

$$Q4: \gamma_{count(fecha)} \left(\prod_{fecha} Ventas \right) = \{(3)\}$$

- ¿Vendedores que han vendido más de 10.000?

$$Q5: \sigma_{sum(importe) > 10000} \left(\gamma_{vendedor, sum(importe)} (Ventas) \right) = \{(María, 14.000)\}$$

Ventas

OID	vendedor	fecha	importe
1	Juan	Ene	4.000
2	María	Ene	4.500
3	Juan	Feb	5.000
4	María	Feb	3.500
5	María	Mar	6.000

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

20



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

1. ¿Qué es el álgebra relacional?
2. Conceptos previos
3. Operadores conjuntistas
4. Operadores relacionales

- Operador de agregación
 - Ejemplos:
 - ¿Cantidad máxima vendida por un vendedor?

Notación $\gamma_G^F(R)$

$$Q6: \gamma_{\max(sum(importe))} \left(\gamma_{vendedor} (Ventas) \right) = \{(14.000)\} = V_{Q6}$$

- ¿Vendedor que ha vendido el máximo?

$$Q7: \prod_{vendedor} \left(\sigma_{sum(importe) = V_{Q6}} \left(\gamma_{vendedor, sum(importe)} (Ventas) \right) \right) = \{(María)\}$$

Ventas

OID	vendedor	fecha	importe
1	Juan	Ene	4.000
2	María	Ene	4.500
3	Juan	Feb	5.000
4	María	Feb	3.500
5	María	Mar	6.000

septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

21



UNIVERSIDAD DE SEVILLA
Escuela Técnica Superior
de Ingeniería Informática
Departamento de Lenguajes
y Sistemas Informáticos

Introducción al Álgebra Relacional

1. ¿Qué es el álgebra relacional?

2. Conceptos previos

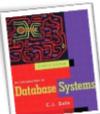
3. Operadores conjuntistas

4. Operadores relacionales

• **Bibliografía**

- R. Elmasri, S. Navathe, **Fundamentos de Sistemas de Bases de Datos** (5ª edición). Ed. Addison-Wesley, 2007.
- A. Silberschatz, H. Korth, S. Sudarskhan, **Fundamentos de Bases de Datos** (5ª edición). Ed. McGraw-Hill, 2006.
- C. J. Date, **An Introduction to Database Systems** (8th edition). Ed. Addison-Wesley, 2003.
- M. H. García-Molina, J. D. Ullman, J. Widom, **Database systems: The Complete Book** (2nd edition), 2008.






septiembre 2016

Introducción a la Ingeniería del Software y a los Sistemas de Información

22